INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 00175

1º semestre de 2013

Prof. Jürgen Stilck

19/6/2013

Resolução do **2º** Teste

a) Temos as equações de estado na representação da entropia:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)$$

e

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right).$$

Então, deve valer:

$$\frac{\partial}{\partial V}\frac{1}{T} = \frac{\partial}{\partial U}\frac{p}{T}.$$

Das equações de estado obtemos:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{V}{U}\right)^{1/\alpha}$$

e

$$\frac{p}{T} = \frac{1}{3\lambda}\left(\frac{U}{V}\right)^{1-1/\alpha}$$

Calculando as derivadas mixtas, temos:

$$\frac{\partial}{\partial V}\frac{1}{T} = \frac{1}{\lambda\alpha}\frac{V^{1/\alpha-1}}{U^{1/\alpha}}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial U}\frac{p}{T} = \frac{1}{3\lambda}(1-1/\alpha)\frac{V^{1/\alpha-1}}{U^{1/\alpha}}.$$

Impondo a igualdade das derivadas mixtas, vem:

$$\frac{1}{3}(1-1/\alpha) = \frac{1}{\alpha},$$

o que leva a $\alpha = 4$.

b) Usando $\alpha = 4$ na primeira equação de estado, vemos que as unidades das grandezas envolvidas devem satisfazer:

$$[T]^4 = [\lambda]^4.[U]/[V],$$

o que, em unidades do SI, resulta em

$$[\lambda] = \frac{Km^{1/2}}{N^{1/4}}.$$

c) Temos, utilizando as equações de estado acima com $\alpha = 4$, que:

$$dS = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{V}{U}\right)^{1/4} dU + \frac{1}{3\lambda}\left(\frac{U}{V}\right)^{3/4} dV.$$

Como vamos admitir que $S(0,V) = 0$, podemos obter $S(U,V)$ integrando dS de $(0,V)$ até (U,V):

$$S(U,V) = \frac{1}{\lambda}V^{1/4}\int_0^U U^{-1/4}dU,$$

ou seja,

$$S = \frac{4}{3\lambda}U^{3/4}V^{1/4}.$$